



Seuil relatif, mesure floue de la pauvreté. Nouvelles propositions

By/Par | **Besma Belhadj**

LA.R.E.QUA.D, FSEGN, Université de Carthage, Tunis Tunisie
Campus universitaire Mrezga Route Hammamet 8000, Nabeul, Tunisie
belhadj.besma@yahoo.fr
ou besma.kaabi@isg.rnu.tn

ABSTRACT

In order to avoid the usual binary definition of poverty a fuzzy set approach has been used. This builds on fuzzy set theory whereby the definition of the threshold of who is poor or non-poor is fuzzy. The present paper proposes a method using a membership function and a relative poverty line to identify to what extent households can be considered as poor or non-poor. To aggregate individual poverties, fuzzy unidimensional and multidimensional indices are proposed. An application using individual well-being data from Tunisian households is presented. We seek to show how the choice of public authorities or international institutions can be reflected in these poverty indices.

Keywords: Relative poverty line, membership function, unidimensional fuzzy poverty; multidimensional fuzzy poverty

RÉSUMÉ

Afin de contourner la définition usuelle de la pauvreté selon laquelle les individus sont pauvres s'ils sont en deçà d'un certain seuil nous appliquons la méthode floue pour proposer des classes d'indices flous de pauvreté unidimensionnelle et multidimensionnelle basées sur la définition d'une fonction d'appartenance et un seuil de pauvreté par ménage. Nous illustrons également certains de nos concepts proposés à partir d'une enquête réalisée en 1990 sur des ménages tunisiens. Nous cherchons à montrer comment les choix des autorités publiques ou des institutions internationales peuvent se refléter dans ces indices de pauvreté.

Mots clés : Seuil relatif de pauvreté, fonction d'appartenance, pauvreté unidimensionnelle floue, pauvreté multidimensionnelle floue.

JEL Classification : P46, I32

INTRODUCTION

La réduction de la pauvreté est devenue l'un des objectifs prioritaires de l'ensemble des politiques publiques des pays en développement. A cet égard, l'analyse de la pauvreté constitue une préoccupation majeure aussi bien pour les gouvernements que pour leurs partenaires au développement. En effet, l'élaboration de programmes appropriés de réduction de la pauvreté nécessite que l'on sache qui sont les pauvres, combien sont-ils, où sont-ils et quelles sont leurs caractéristiques ?

Pour y répondre, différentes méthodes de mesure de la pauvreté ont été développées, celles-ci s'appuyant autant sur les approches quantitatives que qualitatives. Beaucoup de ces méthodes sont fondées sur l'hypothèse qu'il est possible de «délimiter» la pauvreté, et donc d'identifier les pauvres en déterminant un seuil de pauvreté. Or, il n'y a pas de consensus sur l'établissement de ce seuil, ce qui laisse ouvert les perspectives de recherche. En effet, l'approche floue développée par Zadeh (1965) afin de représenter mathématiquement l'imprécision relative à certaines classes d'objets, peut constituer un remède à cette limite.

Dans cette approche, on n'établit justement pas de seuil de pauvreté unique séparant les pauvres des non pauvres. D'ailleurs on ne peut que rarement décider d'un seuil de pauvreté qui fasse l'unanimité. En effet, la fixation d'un seuil de pauvreté est toujours plus ou moins subjective et dépend d'hypothèses de type normatif. A cet effet, nous proposons dans ce papier, en se basant sur l'étude de Dagum et Costa (2004), une nouvelle méthode pour calculer un seuil de pauvreté par ménage. Puis, en fonction de ce dernier, nous proposons des mesures unidimensionnelles et multidimensionnelles de la pauvreté floue.

La définition d'un ensemble flou s'appuie sur le concept de fonction d'appartenance et constitue de ce point de vue une généralisation de la définition traditionnelle d'un ensemble. On souhaite définir une partie floue A de E en attribuant aux éléments x de E un degré d'appartenance, d'autant plus élevé qu'on souhaite exprimer avec certitude le fait que x est élément de A . Cette valeur vaudra 0 si on souhaite exprimer que x de façon certaine n'est pas élément de A , elle vaudra 1 si on souhaite exprimer que x appartient à A de façon certaine, et elle prendra une valeur comprise entre 0 et 1 suivant qu'on estime plus ou moins certain l'appartenance de x à A . On est donc amené à définir une partie floue (ou sous-ensemble flou) A d'un ensemble E comme une application de E dans $[0,1]$. Cette application, appelée fonction d'appartenance et notée μ_A représente le degré de validité de la proposition « x appartient à A » pour chacun des éléments x de E . Si $\mu_A(x) = 1$, l'objet x appartient totalement à A , et si $\mu_A(x) = 0$, il ne lui appartient pas du tout. Pour un élément x donné, la valeur de la fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ est appelée degré d'appartenance de l'élément x au sous-ensemble A .

Ainsi, si A est le sous-ensemble des pauvres, alors, avec l'approche floue, nous enrichissons l'approche probabiliste classique qui consiste à affecter la valeur 1 à la probabilité d'être pauvre et la valeur 0 à l'évènement complémentaire pour une mesure floue de la pauvreté.

L'application de cette approche à l'analyse de la pauvreté connaît différentes formulations dont les plus connues sont la TFA (Totally Fuzzy Approach) développée par Cerioli et Zani (1990) à laquelle Cheli et Lemmi (1995) ont apporté des améliorations théoriques et méthodologiques pour définir ce qu'ils nomment l'approche TFR. Cette méthode a récemment fait l'objet de plusieurs applications dans les pays développés et en

développement (Betti et Verma, 1998 ; Chiappero-Martinetti, 1994, 1996, 2000 ; Dagum et Costa, 2004 ; Deutsch et Silber, 2005 ; Mussard et Pi Alperin, 2005 ; Qizilbash et Clark, 2005).

Les travaux qui ont suivi ont approfondi certains des aspects liés à l'utilisation de cette approche dans l'analyse multidimensionnelle de la pauvreté (Lemmi et Betti, 2006; Belhadj et Limam, 2012) et l'analyse unidimensionnelle de la pauvreté (Belhadj, 2009 ; 2011a ; 2011b ; Belhadj et Matoussi, 2010).

Plus précisément, notre travail s'articule en quatre sections. Nous choisissons, dans une première section, le ménage comme unité d'analyse et nous évoquons le problème des compositions différentes des ménages (échelle d'équivalence) pour construire un seuil de pauvreté par ménage. Dans une deuxième section, nous mesurons, d'abord, une pauvreté individuelle floue que nous exprimons par une fonction d'appartenance à valeurs dans l'intervalle $[0,1]$. Pour une mesure globale, nous proposons, ensuite, des classes de mesure unidimensionnelles et multidimensionnelles floues de la pauvreté vérifiant certaines propriétés exigées. Nous avançons, dans une troisième section, une illustration détaillée de l'un des concepts proposés, en menant des estimations à partir d'une enquête réalisée en 1990 sur des ménages tunisiens. Enfin, nous concluons dans une quatrième section.

LE SEUIL DE PAUVRETÉ

Pour calculer le seuil de pauvreté, certaines approches, notamment celle de Dagum et Costa (2004), ont proposé de tenir compte de la composition différente des ménages¹.

Selon Dagum et Costa (2004), on doit transformer le revenu de chaque ménage de taille N à un revenu équivalent au ménage de référence de taille égale à 2 pour les pays développés et de taille égale à 4 pour les pays en développements².

Pour passer du revenu disponible d'un ménage de n'importe quelle taille à son niveau équivalent, on doit construire une échelle d'équivalence qui nous permettra aussi de déterminer le seuil de pauvreté des ménages de différentes tailles.

Dagum et Costa (2004) proposent de construire une échelle d'équivalence³ en considérant une fonction de consommation alimentaire microéconomique d'Engel où on estime les dépenses alimentaires DA d'un ménage en fonction de son revenu y et la taille n .

¹Lorsqu'on étudie le problème de la pauvreté dans une population, on est le plus souvent amené à choisir le ménage comme unité d'analyse. Un ménage est une unité d'analyse plus large puisqu'il consiste en tout groupement de personnes qui partagent la même résidence. Un ménage diffère d'un autre ménage de même taille par sa composition, d'où l'importance d'une échelle d'équivalence.

²La taille des ménages pour les pays en développements est généralement large par rapport aux pays développés.

³Etant donné que les différences dans la taille et la composition du ménage affectent leur niveau de vie, les ressources mesurées devraient être ajustées à l'aide d'un facteur dépendant des besoins afin d'obtenir des ressources comparables pour tous les ménages. On peut le faire en ayant précisément recours aux échelles d'équivalence qui sont censées capter les différences dans les besoins des ménages.

$$DA = by^\alpha n^\beta, \quad b > 0, \quad 0 < (\alpha, \beta) < 1$$

où α et β désignent les élasticités partielles des dépenses alimentaires par rapport, respectivement, au revenu y et à la taille du ménage n .

On évalue un seuil de pauvreté z pour les ménages de tailles différentes. Cela exige la construction d'un nombre indice $S(n)$, $n = 1, 2, \dots$, qui mesure la variation relative de la taille du ménage avec $S(n^*) = 100$ et n^* est la taille du ménage de référence.

Le nombre indice $S(n)$ pour tout $n \neq n^*$ s'écrit comme suit :

$$\frac{S(n + \Delta n) - S(n)}{S(n)} = \frac{\Delta S(n)}{S(n)},$$

Il est égal à :

$$S(n + \Delta n) = S(n) \left[1 + \frac{\beta}{1 - \alpha} \frac{\Delta n}{n} \right]$$

Pour un $z(n^*)$ donné, Dagum et Costa (2004) calculent le seuil de pauvreté par ménage $z(n)$ comme suit :

$$z(n) = \frac{S(n) z(n^*)}{S(n^*)} = \frac{S(n) z(n^*)}{100}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Il faut signaler que, le nombre indice $S(n)$ de Dagum et Costa (2004) est fondé sur la fonction de consommation alimentaire microéconomique d'Engel qui reste une fonction non complète puisqu'on ne retrouve que la taille comme seule variable démographique. Comme réponse à cette limite, nous proposons, en partant du modèle de Ravallion (1994) et de l'idée de Dagum et Costa (2004) une autre estimation du seuil de pauvreté par ménage.

Estimation du seuil de pauvreté

Selon Ravallion (1994), le seuil de pauvreté est la somme de deux composantes : le seuil de pauvreté alimentaire (z^A) et le seuil de pauvreté non alimentaire (z^{NA}).

Le seuil de pauvreté alimentaire est défini par le coût d'un panier de produits assurant un apport calorifique recommandé pour garantir la mobilité d'une personne. Ce panier est généralement composé selon les préférences d'un ménage jugé représentatif de la population pauvre (Ravallion, 1994).

Pour estimer le seuil de pauvreté non alimentaire, Ravallion (1994) propose de spécifier une fonction de type AIDS (Almost Ideal System de Deaton et Muellbauer (1980)) qui décrit la

relation suivante entre la part budgétaire des dépenses alimentaires (w) et les dépenses totales (y) normalisées par le seuil de pauvreté alimentaire (z^A) du ménage i appartenant à la région j .

$$w_{ij} = \alpha_j^0 + \beta_j \log\left(\frac{y_{ij}}{z_j^A}\right) + \sum_k \delta_j^k d_{ij}^k + \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

où d_{ij} et ε_{ij} désignent respectivement des variables démographiques tels que l'âge du chef de ménage i appartenant à la région j , la taille du ménage, le nombre d'enfants etc., et un terme d'erreur.

Nous remarquons que lorsque le niveau de dépense totale par tête d'un ménage correspond exactement au seuil de pauvreté alimentaire, la part budgétaire qui sera consacrée aux biens alimentaires sera égale à δ .

La composante non alimentaire du seuil de pauvreté sera déduite de la manière suivante :

$$z_j^{NA} = (1 - \delta) z_j^A, \quad (2)$$

avec $\delta_j = \alpha_j^0 + \sum_k \delta_j^k \bar{d}_j^k$ et \bar{d}_j est la moyenne des variables sociodémographiques du ménage de référence.

Ainsi, nous pouvons établir à l'aide de l'équation (2) une relation entre le seuil de pauvreté et sa composante alimentaire :

$$z_j = z_j^A + z_j^{NA} = (2 - \delta_j) z_j^A \quad (3)$$

Nous choisissons comme ménage de référence celui composé de 4 adultes et nous calculons le seuil de la pauvreté donné par l'équation (2), nous obtenons le seuil de la pauvreté du ménage de référence $z(4)$:

$$z(4) = (2 - \delta_j) z_j^A(4) \quad (4)$$

Puis nous reprenons le modèle AIDS sous la forme suivante :

$$w_{ij} = \tau_j + \gamma_j \log\left(\frac{y_{ij}}{n_i^\theta}\right) + \sum_{j=1}^m \xi_j n_{ij} + \varepsilon_i, \quad (5)$$

où on décrit toujours la relation entre la part des dépenses alimentaires du ménage i par facteur j (w_{ij}), fonction de la taille de ménage i par facteur j (n_{ij}) et le bien être d'un

individu type ($\frac{y_{ij}}{n_i^\theta}$). θ est dite élasticité taille, c'est l'élasticité du revenu y par rapport à la

taille n . Elle peut prendre plusieurs valeurs :

$\theta = 0$ revient à admettre que l'échelle l'équivalence est identique quel que soit le type de ménage, et est égale à 1. Dans un tel cas, on admet qu'il n'est pas nécessaire de corriger

l'indicateur des ressources pour tenir compte des différences dans les besoins des ménages avec ces caractéristiques différentes.

$\theta = 1$ signifie que pour ajuster l'indicateur des ressources en fonction des besoins différents des ménages, il suffit de se servir de données par tête.

Entre ces deux extrêmes, plus la valeur de θ est grande plus les économies d'échelle réalisables dans le ménage sont supposées faibles, ou de manière équivalente plus les échelles d'équivalences sont généreuses en termes d'équivalent adulte pour un membre additionnel du ménage.

Pour tenir compte de la variation relative de la taille des ménages nous proposons un nombre indice comme suit :

$$T(n) = \left(\frac{n_i}{n^*} \right)^\theta, \quad (6)$$

où n_i est la taille de ménage i , n^* est la taille de ménage de référence et θ est l'élasticité taille.

Le seuil de pauvreté du ménage i sera tout simplement le seuil de pauvreté du ménage de référence multiplié par le nombre indice proposé :

$$\begin{aligned} z_i(\theta) &= z(n^*) T(n) \\ &= z(n^*) \left(\frac{n_i}{n^*} \right)^\theta \end{aligned} \quad (7)$$

L'identification du pauvre avec ce seuil devient relative puisque pour chaque ménage on calcule un minimum de subsistance.

MESURE FLOUE DE LA PAUVRETÉ

La revue de la littérature permet d'identifier deux approches de la pauvreté : l'une monétaire et l'autre non-monétaire. Dans le cadre de l'approche monétaire, les mesures de pauvreté les plus couramment utilisées sont les indices de pauvreté de Foster et al. (1984) qui mesurent l'incidence (Headcount ratio), la profondeur (l'écart moyen de pauvreté) et la sévérité de la pauvreté (carré de l'écart moyen de pauvreté).

L'approche monétaire sous-tend une dimension étroite du bien-être exclusivement fondée sur la possession de ressources. Les insuffisances d'une telle approche ont donné lieu à l'émergence d'une vaste littérature dont le caractère novateur est d'avoir élargi le concept de pauvreté à des dimensions non-monétaires. Dans le même temps, ces nouvelles conceptions ont donné lieu à la recherche de nouvelles méthodologies afin d'obtenir des mesures opératoires des multiples facettes de la pauvreté.

Comme nouvelle méthodologie, nous proposons des classes de mesures floues de la pauvreté, basées sur le seuil de pauvreté calculé dans (7) et une fonction d'appartenance retenue comme le degré individuel de la pauvreté.

Construction de la fonction d'appartenance

En logique floue, la fonction d'appartenance est le degré d'appartenance d'une unité à un sous-ensemble flou. Nous proposons comme fonction d'appartenance μ la fonction suivante mesurant le degré d'appartenance d'un ménage i au sous-ensemble flou des pauvres comme suit :

$$\mu(y_i) = 1 - \left(\frac{z_i(\theta) \wedge y_i}{z_i(\theta)} \right)^\gamma \quad 0 < \gamma < 1, \tag{8}$$

où \wedge désigne en logique floue l'opérateur minimum et le paramètre γ est une mesure de l'aversion pour la pauvreté.

Nous montrons que si $y_i > z_i(\theta)$ alors le ménage i est non pauvre et son degré d'appartenance vaut $\mu(y_i) = 1 - \frac{z_i(\theta)}{z_i(\theta)} = 0$, mais si $y_i < z_i(\theta)$ alors le ménage i appartient

à l'ensemble des pauvres avec un degré d'appartenance $\mu(y_i) = 1 - \frac{y_i}{z_i(\theta)} \in [0,1]$.

Dans le cas où la fonction d'appartenance considérée prend des valeurs binaires ($\{0,1\}$), on montre que cette théorie des sous-ensembles flous se réduit effectivement à la théorie des sous-ensembles classiques.

Il y a une différence d'information claire apportée par ce degré d'appartenance (équation 8) et une probabilité (approche classique). Le premier donne une information plus qualitative. La deuxième donne une information plus quantitative puisqu'elle se réfère à une fréquence.

Indice unidimensionnel flou de la pauvreté

En tenant compte de tous les ménages de notre ensemble, nous proposons un indice unidimensionnel de la pauvreté (le seul indicateur de bien être étant le revenu) comme une moyenne arithmétique pondérée des degrés de pauvreté individuelle (Equation (8)), le poids étant la part de chaque groupe (région par exemple) j . Il s'agit d'une moyenne pondérée du niveau de pauvreté à l'intérieur de chaque groupe.

Le paramètre γ définit la concavité de la fonction de la pauvreté individuelle et elle est reliée au paramètre d'aversion de pauvreté extrême retenu par Foster et al. (1984).

$$I_U(y_i, z_i(\theta)) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m w_j \sum_{i=1}^n \left[1 - \left(\frac{z_i(\theta) \wedge y_i}{z_i(\theta)} \right)^\gamma \right] \tag{9}$$

L'indice $I_U(y_i, z_i(\theta))$ est une fonction à valeurs réelles du seuil de la pauvreté (z) et d'un vecteur de revenu (y), il appartient à l'intervalle $[0,1]$. La borne inférieure étant atteinte lorsqu'il n'y a aucun individu en dessous du seuil de pauvreté, il augmente avec la valeur de γ . Lorsque γ s'approche de 0, $I_U(y_i, z_i(\theta))$ tend également vers cette valeur.

Lorsque γ prend des valeurs proches de 1, I_U approxime le produit flou du headcount et l'income gap ratio.

Il est alors possible de mesurer la contribution du $j^{\text{ème}}$ groupe à l'indice de pauvreté global. Soit :

$$I_U^j(y_i, z_i(\theta)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[1 - \left(\frac{z_i(\theta) \wedge y_i}{z_i(\theta)} \right)^\gamma \right]$$

Soit $B(y) = \{i \in n / y_i \leq z_i\}$ l'ensemble des pauvres pour tout $y \in \mathfrak{R}_+^*$, notre indice $I_U(y_i, z_i(\theta))$ est décomposable par groupe. Il vérifie aussi les axiomes suivants :

Continuité : quand le seuil de pauvreté est fixé, l'indice de pauvreté $I_U(y_i, z_i(\theta))$ est continu en y seulement.

Pour tout $(y, z) \in \mathfrak{R}_+^{n+1}$, $I_U(y_i, z_i(\theta))$ est une fonction continue de (y, z) .

Indépendance des revenus des riches: pour une ligne de pauvreté fixée, la valeur de l'indice de pauvreté I_U est indépendante des revenus des riches.

Pour tout $x, y \in \mathfrak{R}_+^n$, si $B(x) = B(y)$ et $x_j = y_j$, quel que soit $i \in B(x)$ alors $I_U(x, z) = I_U(y, z)$.

Croissant par rapport au revenu de subsistance: plus le seuil de pauvreté augmente, toutes choses restant égales par ailleurs, plus la pauvreté augmente.

Pour $y \in \mathfrak{R}_+^n$, donné, $I_U(y_i, z_i(\theta))$ est une fonction croissante de z .

Monotonie faible: une diminution du revenu d'une personne en dessous du seuil de pauvreté devrait accroître la pauvreté, toutes choses étant égales par ailleurs.

Pour tout $x, y \in \mathfrak{R}_+^n$, si $x_j = y_j$, quel que soit $j \neq i$, où $i \in B(x)$ et $x_i > y_i$, alors $I_U(x, z) < I_U(y, z)$.

Monotonie forte: selon cette deuxième version de l'axiome de monotonie, la pauvreté doit diminuer suite à une augmentation de revenu d'une personne pauvre.

Pour tout $x, y \in \mathfrak{R}_+^n$, si $x_j = y_j$, quel que soit $j \neq i$, où $i \in B(x)$ et $y_i > x_i$, alors $I_U(y, z) < I_U(x, z)$.

Transfert régressif fort: la plus pauvre des deux personnes concernées par le transfert était initialement pauvre et reste pauvre après le transfert. Ce principe de transfert est susceptible de changer le nombre de pauvres.

Pour tout $x, y \in \mathfrak{R}_+^n$, si la distribution x est dérivée de la distribution y par un transfert régressif de i à j , avec $i \in B(y) \cap B(x)$, alors $I_U(y, z) < I_U(x, z)$.

Transfert faible: la pauvreté augmente quand on effectue un transfert de revenu d'une personne à une personne plus riche où seule la plus pauvre des deux personnes concernées par le transfert appartient à l'ensemble des pauvres.

Pour tout $x, y \in \mathfrak{R}_+^n$, si la distribution x est dérivée de la distribution y par un transfert régressif de i à j , avec $i \in B(x)$ et $B(x) = B(y)$ alors $I_U(x, z) > I_U(y, z)$.

Indice multidimensionnel flou de la pauvreté

Pour une mesure multidimensionnelle (plusieurs indicateurs ou attributs de pauvreté, voir Whelan, 1993) pour quelques grandes catégories traduisant l'un ou l'autre aspect de la pauvreté, nous adaptons notre indice unidimensionnel de l'équation (9) comme suit :

$$I_M(y_i, z_i(\theta)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_j \left[1 - \left(\frac{z_i(\theta) \wedge y_i}{z_i(\theta)} \right)^{\frac{\gamma}{\tau}} \right]^{\tau} \quad (10)$$

où τ est un paramètre qui mesure le degré de substituabilité entre les différents attributs (indicateurs de privation); plus la valeur de τ est grande, plus le degré de substituabilité entre les attributs est faible. On envisage deux cas particulier. Quand τ tend vers l'infini, les attributs sont non substituables; et quand $\tau = 1$ les attributs sont parfaitement substituables. Pour ces deux cas, on envisage une mesure unidimensionnelle de la pauvreté où les attributs admettent un niveau plus élevé de privation, dans le premier cas, et comme une somme pondérée simple d'attributs, dans le deuxième cas.

Nous notons que le deuxième cas ressemble à l'approche monétaire de la pauvreté si les poids sont égaux au cours du marché.

La convexité des attributs implique la concavité des privations si $\tau \geq 1$.

Sous cette forme, on voit que $I_M(y_i, z_i(\theta))$ apparaît comme une fonction pondérée des indices unidimensionnels du $j^{\text{ème}}$ attribut pour le $i^{\text{ème}}$ ménage. De ce fait, la contribution de cet attribut à l'indice de pauvreté global s'écrit comme suit:

$$I_M^i(y_i, z_i(\theta)) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m w_j \left[1 - \left(\frac{z_i(\theta) \wedge y_i}{z_i(\theta)} \right)^{\frac{\gamma}{\tau}} \right]^{\tau}$$

La décomposition simultanée offre toutes les combinaisons possibles attribut/groupe qui contribuent à l'état de la pauvreté de la surface économique (Mussard et Pi Alperin, 2005) et toutes les données nécessaires visant à réduire la pauvreté sont contenues dans ces combinaisons.

Notre indice $I_M(y_i, z_i(\theta))$ est donc décomposable par groupe et par attribut, il vérifie aussi certains axiomes notamment:

La continuité: l'indice $I_M(y_i, z_i(\theta))$ est continue c'est-à-dire il n'est pas très sensible à une variation marginale de la quantité d'un attribut.

L'identité des individus, ou autre indicateur non pertinent pour l'analyse de la pauvreté, ne doit avoir aucune influence sur les résultats d'analyse. Ce principe est résumé par l'axiome suivant:

L'anonymat: Toute caractéristique autre que les attributs utilisés pour définir la pauvreté n'affecte pas la mesure multidimensionnelle $I_M(y_i, z_i(\theta))$,

$$I_M(y, z) = I_M(x, z)$$

La monotonie: La mesure de la pauvreté donnée par I_M diminue, ou ne doit pas augmenter, suite à une amélioration dans l'un des attributs d'un pauvre,

$$\frac{\partial \mu(y_i)}{\partial y_{ij}} \leq 0 \text{ si } y_{ij} < z_j$$

La normalisation : $I_M(y, z) = 1$ si $y_{ij} = 0 \forall i, j$

ILLUSTRATION EMPIRIQUE

Par manque de données, nous nous limitons, dans cette illustration, à mesurer la pauvreté unidimensionnelle floue (Equation 9) en Tunisie pour l'année 1990. Nous utilisons des données tunisiennes provenant de l'enquête Budget – Consommation de 1990 de taille 7734 ménages. Cette enquête s'effectue auprès des ménages et touche aux différents domaines notamment la consommation alimentaire, l'emploi, la démographie, la santé et les conditions de logement et l'éducation et des activités culturelles.

La Tunisie est traditionnellement subdivisée en trois grandes régions naturelles; le Nord, le centre et le sud. Ce découpage est dicté essentiellement par les caractéristiques géographiques du pays. Cependant économiquement, la Tunisie est plutôt formée de deux grands ensembles; le littoral qui comprend Bizerte, Grand Tunis, Cap bon, Sahel, Sfax et Gabès; et l'intérieur qui comprend le reste du pays c'est à dire le Nord Ouest, le Centre Ouest et le Sud Ouest.

Nous retenons comme facteurs la région économique (Grand Tunis, littoral urbain, littoral rural, intérieur urbain, et intérieur rural), l'activité professionnelle (Inactifs, ouvriers agricoles, exploitants agricoles, ouvriers non agricoles, indépendants agricoles, patron et cadre et autres), le niveau éducatif (Analphabètes, primaire, secondaire 1^{er} cycle, secondaire 2^{ème} cycle et universitaire) et le milieu (urbain, rural). Nous calculons par milieu (Tableau 3) et pour chaque région l'élasticité taille(θ), le seuil de pauvreté d'un ménage de référence $z_j(4)$ et actuel moyen $\bar{z}_j(\theta)$ et le degré d'appartenance moyen ($\bar{\mu}$) par activité professionnelle et niveau éducatif. Les résultats figurent dans les Tableaux (1 et 2) et les Tableaux (4 – 13) en annexe.

Tableau 1 : Pauvreté unidimensionnelle floue globale par région (1990)

	Attribut activité				
	$\bar{z}(4)$	$\bar{z}(\theta)$	w_R	μ_R	θ
Grand Tunis	134	168	0.25	0.069	0,570
Littoral urbain	139	194	0.15	0.066	0,672
Intérieur urbain	117	137	0.20	0.097	0,575
Littoral rural	119	139	0.22	0.092	0,831
Intérieur rural	106	121	0.18	0.106	0,906
Pauvreté globale floue			1	0.086	

w_R désigne la part de la région R

Les résultats des Tableaux (1 et 2) montrent que la Tunisie a connu en 1990 une pauvreté globale floue de l'ordre de 8,6%. Selon le facteur activité professionnelle, cette pauvreté se décomposait en 0,069 pour la région Grand Tunis, 0,066 pour le littoral urbain, 0,097 pour l'intérieur urbain, 0,092 pour le littoral rural et 0,106 pour l'intérieur rural (Tableau 1). Selon le facteur niveau éducatif, ces taux deviennent respectivement 0,078 ; 0,068 ; 0,091 ; 0,090 et 0,101 (Tableau 2).

Ces taux laissent apparaître que les régions Grand Tunis et littoral urbain ont présenté en moyenne des conditions de vie différentes des autres et meilleures que la moyenne nationale. En observant ces mêmes tableaux, nous constatons que les régions littoral rural, intérieur urbain et intérieur rural sont les plus touchés par la pauvreté. Leurs degrés d'appartenance à l'ensemble des pauvres, selon l'attribut activité professionnelle, sont, respectivement, 0,092; 0,097 et 0,106 qui, selon l'attribut niveau éducatif, deviennent respectivement 0,090; 0,091 et 0,101 (Tableau 2).

Pour une analyse plus fine, nous décomposons la pauvreté pour ces dernières régions par niveau dans les tableaux (9-13) et par activité dans les tableaux (4-8). Nous constatons, qu'en 1990, les ménages dont le chef est un « Analphabète » ont été les plus touchés par la pauvreté. Ceux qui ont un niveau secondaire 1^{er} cycle ou 2^{ème} cycle ont connu une pauvreté moins faible. Une pauvreté faible par contre est vérifiée par les universitaires.

Les tableaux (1) et (2), colonne 5, suggèrent aussi que les échelles d'équivalence sont plus généreuses en termes d'équivalents adultes pour un membre additionnel du ménage pour les régions littoral rural et intérieur rural. Un ménage composé de 4 individus était l'équivalent de: 3,164 équivalent adultes dans le littoral rural, 3,511 équivalent adultes dans le l'intérieur rural, 2,538 équivalent adultes dans le littoral urbain, 2,219 équivalent adultes dans l'intérieur urbain, et 2,203 équivalent adultes dans le Grand Tunis.

Le seuil de pauvreté relatif moyen diffère d'une région à une autre. Il était, selon l'attribut activité, de l'ordre de 168DT pour la région Grand Tunis (colonne 2 du Tableau 1). Pour cette même région, il ressort de la colonne 3 du tableau (4) que le seuil de pauvreté de référence global qui était en 1990 de l'ordre de 134DT (colonne 1 du Tableau 1) valait 126DT pour les ouvriers agricoles et 305DT pour les patrons et cadres. En observant les colonnes respectives 4 et 2 du même tableau, nous constatons que, par ménage, tout ouvrier

agricole dont sa dépense annuelle est inférieure à 156DT est considéré comme pauvre et son degré d'appartenance à l'ensemble des pauvres est égal à 8,1%.

Tableau 2 : Pauvreté unidimensionnelle floue globale par région (1990)

	Attribut niveau				
	$\bar{z}(4)$	$\bar{z}(\theta)$	w_R	μ_r	θ
Grand Tunis	153	173	0.25	0.078	0,570
Littoral urbain	173	194	0.15	0.068	0,672
Intérieur urbain	134	153	0.20	0.091	0,575
Littoral rural	121	145	0.22	0.090	0,831
Intérieur rural	115	142	0.18	0.101	0,906
Pauvreté globale floue			1	0.086	

w_R désigne la part de la région R

Nous remarquons aussi, en observant la colonne 2 du tableau (4), que la mesure floue de la pauvreté selon le facteur Activité professionnelle, laisse apparaître qu'en 1990 les ouvriers agricoles et les ouvriers non agricoles ont présenté une privation moyenne plus forte que les autres catégories professionnelles. La mesure floue de la pauvreté en 1990 pour ces deux catégories a été de l'ordre respectif de 0,081 et 0,089. Nous constatons que, selon le facteur niveau éducatif, les analphabètes ainsi que les ménages ayant un niveau primaire sont les plus touchés par la pauvreté. La mesure floue de la pauvreté en 1990 pour ces deux catégories a été, pour la région intérieur urbain, de l'ordre respectif de 0,119 et 0,071 (colonne 2 du tableau 9). Pour cette région ainsi que pour le reste des régions (colonne 2 des tableaux 9-13), ces deux catégories ont présenté en moyenne des conditions de vie différentes des autres et inférieures à la moyenne nationale.

En nous plaçant dans une analyse de la pauvreté par milieu, nous pouvons voir (Tableau 3) que le milieu rural a présenté un degré de pauvreté plus élevé. Il était de l'ordre de 10,3% contre 7,5% pour le milieu urbain. Cependant, ce qui attire notre attention, en observant la colonne 2 du même tableau, est la différence entre les seuils de pauvreté urbain et rural. Le ratio urbain/rural est égal à 1,36. Par région, nous constatons que ce ratio, respectivement pour les attributs activité et niveau, dans la région Littoral est respectivement égal à 1,39 et 1,34 (colonne 2 des Tableaux 1 et 2). Pour la région Intérieur ce ratio montre les taux respectifs 1,13 et 1,08 (colonne 2 des Tableaux 1 et 2).

Tableau 3 : Pauvreté unidimensionnelle floue globale par milieu (1990)

	$\bar{z}(4)$	$\bar{z}(\theta)$	w_R	μ_R	θ
Milieu urbain	242	306	0.56	0.075	0,584
Milieu rural	165	224	0.44	0.103	0,872
Pauvreté globale floue			1	0.087	

w_M désigne la part par milieu.

Ce dernier tableau, colonne 5, suggère aussi que les échelles d'équivalence sont plus généreuses en termes d'équivalents adultes pour un membre additionnel du ménage vivant dans le milieu rural. En effet, un ménage composé de 4 individus était l'équivalent de 3,488 pour le milieu rural et 2,336 pour le milieu urbain.

Ces échelles qui étaient de l'ordre de 0,872 pour le milieu rural se décomposaient en 0,831 pour le littoral rural et 0,906 pour l'intérieur rural (Tableau 1 ou 2).

En déduisant, on peut identifier différentes stratégies de réduction de la pauvreté qui dépendent de l'état de la pauvreté. En effet, dans une région où la pauvreté est faible (le littoral urbain de la Tunisie, par exemple), et où les «pauvres» ont à n'importe quel moment une forte probabilité d'améliorer leurs conditions, les politiques devraient s'appesantir prioritairement sur les filets de protection sociale qui aideraient ces pauvres à gérer leurs privations du moment, à revenir rapidement à leur statut de non-pauvre et à réduire leurs vulnérabilité. On aurait besoin d'allocations chômage limitées dans le temps, de subventions sociales, de micro crédits... Au contraire, pour une région où la pauvreté est forte (l'intérieur de la Tunisie), il serait nécessaire d'établir des politiques de redistribution des biens, d'investissement direct dans les infrastructures physiques de base, de réduction de l'exclusion (de l'emploi, des marchés et des institutions publiques) et de mener des politiques de sécurité sociale à long terme si on veut réduire significativement la pauvreté.

Cependant, il serait erroné de conclure qu'il serait nécessaire de développer différentes stratégies nationales, de nouveaux rôles de l'Etat et des formes et niveaux de l'aide internationale pour ces deux différents cas de figure. En fait, les fortement pauvres ont besoin à la fois de transfert de biens et d'assurances. Et les faiblement pauvres aussi ont besoin de biens ; s'ils avaient joui d'une meilleure éducation ou s'ils étaient en meilleure santé, ils seraient moins enclins à tomber dans la pauvreté même pour des périodes relativement brèves. Mais là où la pauvreté forte prédomine, les transferts de biens paraissent être l'exigence la plus significative pour la réduction de la pauvreté. Cependant, les biens sont sans doute le mieux construits par une assistance sous la forme de transfert d'argent.

Néanmoins, lorsqu'on étudie les politiques de lutte contre la pauvreté, on s'aperçoit que le choix de la mesure dépend étroitement des choix politiques souvent implicites. Par exemple, une stratégie de réduction de la pauvreté menée dans une perspective décentralisée repose sur un ciblage des groupes prioritaires et conduit ainsi à retenir une mesure comme nous venons de proposer. Pour autant, les mesures de la pauvreté ne perdent pas leur objectivité. Il nous semble qu'elles permettent bien au contraire d'explicitier les choix et les valeurs des autorités publiques ou des institutions internationales. Nous avons vu ainsi que le choix d'une mesure de type $I_U(y_i, z_i(\theta))$ pour un aspect unidimensionnel ou $I_M(y_i, z_i(\theta))$ pour

un aspect multidimensionnel, qui dépend d'un seuil relatif et donc objectif, revient en fait pour les autorités à préciser leurs préférences entre une redistribution en faveur des plus pauvres ou des moins pauvres. Un seuil relatif permet d'étudier les différences régionales dans les structures de consommation et mesurer des pauvretés régionales, des pauvretés urbaine et rurale.

Nos classes d'indices $\{I_U(y_i, z_i(\theta)), I_M(y_i, z_i(\theta))\}$ sont dérivées d'une approche utilitariste. La fonction de bien-être sociale y est égale à la somme des utilités individuelles, supposées cardinales. La spécification retenue permet à ces mesures de vérifier la propriété de décomposabilité. Ces indices vérifient aussi la propriété de monotonie pour $\gamma > 0$, celle de transfert si $\gamma > 1$ et celle de transferts décroissants si $\gamma > 2$.

Nos classes d'indices $\{I_U(y_i, z_i(\theta)), I_M(y_i, z_i(\theta))\}$ conduisent donc à une politique redistributive univoque pour un paramètre d'aversion à la pauvreté γ donné. Choisir la valeur de ce paramètre revient alors à retenir une politique redistributive *a priori*. Nous montrons, cependant, que les préférences implicites des gouvernants qui cherchent à réduire la pauvreté dépendent bien entendu de la mesure de la pauvreté retenue. Deux types de politiques de lutte contre la pauvreté notamment dans les pays en développement peuvent être avancés. Il s'agit des transferts monétaires en faveur des pauvres et des stratégies de croissance.

Finalement, nous montrons que l'objectivité d'une mesure de la pauvreté se définit par sa capacité à refléter les valeurs et objectifs d'une politique de lutte contre la pauvreté.

CONCLUSION

Nous avons montré, en nous plaçant dans le cadre d'une approche floue, que nous pouvons tenir compte du raisonnement humain, concernant la pauvreté, basé sur des données imprécises ou incomplètes.

L'approche floue nous a fourni un cadre idéal pour traiter le problème de la pauvreté étant donnée la difficulté que nous pouvons avoir à ranger les ménages dans la classe des pauvres ou des non pauvres.

Dans cette étude, nous établissons une valeur relative en termes de dépenses séparant les pauvres des non pauvres, et nous proposons des indices de pauvreté flous par rapport à chaque ménage, à la population des ménages et à la population des ménages par attribut. Ces indices représentent l'état de pauvreté et contribuent à identifier des objectifs cognitifs (la connaissance de la situation), des raisons analytiques (la compréhension des facteurs déterminant cette situation), des objectifs de stratégie politique (la conception des interventions politiques les mieux adaptées aux problèmes détectés) et des objectifs de surveillance et d'évaluation (l'analyse de l'efficacité des politiques actuellement suivies et de l'évolution de la situation). Nous montrons comment les choix des autorités publiques ou des institutions internationales peuvent se refléter dans ces mesures de la pauvreté.

RÉFÉRENCES

Belhadj B., 2009. Use Bootstrap for a Fuzzy Measure of Poverty. A New Index, *Journal of Quantitative Economics*, 7 (2): 41-58.

- Belhadj B., Matoussi M.S., 2010. Poverty in Tunisia: A Fuzzy Measurement Approach, *Swiss Journal of Economics and Statistics*, 146(2): 431-450.
- Belhadj B., 2011a. A New Fuzzy Unidimensional Poverty Index from an Information Theory Perspective, *Empirical Economics*, 40(3): 687-704.
- Belhadj B., 2011b. A New Fuzzy Poverty Index by Distinguishing Three Levels of Poverty, *Research in Economics*, 65(3): 221-231.
- Belhadj B., and Limam M., 2012. Unidimensional and multidimensional fuzzy poverty measures: New approach, *Economic Modelling*, 29(4): 995-1002.
- Betti G., Cheli B. and Cambini R., 2004. A Statistical Model for the Dynamics between Two Fuzzy States. *Theory and Application to Poverty Analysis, Metron* 62(3): 391-411.
- Betti G., and Verma V.K., 1998. Measuring the Degree of Poverty in a Dynamic and Comparative Context: a Multidimensional Approach using Fuzzy Set Theory, Working Paper n°22, Dipartimento di Metodi Quantitativi, Université de Sienne.
- Ceroli A. and Zani S., 1990. A Fuzzy Approach to the Measurement of poverty. In C.Dagum and M.Zenga, editors, *Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty, Studies in Contemporary Economics*, pp 272-284. *Springer Verlag, Berlin*.
- Cheli B., and Lemmi A., 1995. A totally Fuzzy and Relative Approach to the Multidimensional Analysis of Poverty, *Economic Notes by Monte dei Paschi di Siena*, vol. 24(1),115-134.
- Chiappero-Martinetti E., 1994. A New Approach to Evaluation of Well Being and Poverty by Fuzzy Set Theory. *Giornale degli Economisti e Annali di Economia*.
- Chiappero-Martinetti E., 1996. Standard of Living Evaluation based on Sen's Approach: some Methodological Suggestions, *Notizie di Politeia*, 12: 37-53.
- Chiappero-Martinetti E., 2000. A Multidimensional Assessment of Well-Being Based on Sen's Functioning Approach, *Società Italiana di Economia Publica Working Paper, Rivista Internazionale di Scienze Sociali*, 108(2): 207-231.
- Dagum C., and Costa M., 2004. Analysis and Measurement of Poverty: Univariate and Multivariate Approaches and their Policy Implications. A case Study: Italy, in Dagum, C., Ferrari, G. (eds.), *Household Behaviour, Equivalence Scales and Well-Being*, Berlin, Springer-Verlag, 221-271.
- Deaton A., and Muellbauer J., 1980. An Almost Ideal Demand System. *American Economic Review* 70, 312-326.
- Deutsch J., and Silber J., 2005. Measuring Multidimensional Poverty: an Empirical Comparison of Various Approaches, *Review of Income and Wealth*, 51(1), 145-172.
- Foster J., Greer J. and Thorbecke E. 1984, A class of decomposable poverty measures, *Econometrica*, 52: 761-765.
- Lemmi A., and Betti G., 2006. *Fuzzy Set Approach to Multidimensional Poverty Measurement*, New York, Springer.

- Mussard S., and Pi Alperin M.N., 2005. Théorie des ensembles flous et décomposition multidimensionnelle de la pauvreté : le cas du Sénégal. *Cahier de Recherche* 05-03. Université de Sherbrooke.
- Qizilbash M., and Clark D., 2005. The Capability Approach and Fuzzy Poverty Measures: An Application to the South African Context, *Social Indicators Research*, 74(1): 103-139.
- Ravallion M., 1994. Poverty Comparisons. *Fundamentals of Pure and Applied Economics Series*. Harwood Academic Press, New York.
- Sen A.K., 1976. Poverty: An ordinal approach to measurement, *Econometrica*, 44: 219-231.
- Townsend P., 1979. Poverty in the United Kingdom. *Penguin Books, Middlesex*.
- Zadeh L., 1965. Probability Theory and Fuzzy Logic are Complementary rather than Competitive, *Technometrics*, 37: 271-276.
- Whelan B.J., 1993. Non Monetary Indicators of Poverty: A Review of Approaches Paper presented at the Conference on Household Panel Surveys, Luxembourg.

ANNEXE**Tableau 4: seuil et pauvreté floue par activité (1990)
Région Grand Tunis**

Activité	w_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Inactifs	0,094	0,025	117	167
Ouvriers agricoles	0,180	0,081	126	156
Exploitants agricoles	0,059	0,067	138	178
Ouvriers non agricoles	0,457	0,089	122	152
Indépendants agricoles	0,118	0,056	149	179
Patron et cadre	0,015	0,002	305	355
Autres	0,077	0,016	185	235
Pauvreté floue par région		0,069		

w_j désigne la part de la région j par activité.

**Tableau 5: seuil et pauvreté floue par activité (1990)
Région Littoral Urbain**

Activité	w_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Inactifs	0,073	0,019	122	175
Ouvriers agricoles	0,120	0,082	135	187
Exploitants agricoles	0,059	0,061	143	196
Ouvriers non agricoles	0,488	0,091	152	164
Indépendants agricoles	0,098	0,053	179	209
Patron et cadre	0,035	0,001	325	370
Autres	0,127	0,012	199	266
Pauvreté floue par région		0,066		

w_j désigne la part de la région j par activité.

**Tableau 6: seuil et pauvreté floue par activité (1990)
Région Littoral Rural**

Activité	w_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Inactifs	0,144	0,076	107	125
Ouvriers agricoles	0,230	0,103	115	121
Exploitants agricoles	0,079	0,087	137	158
Ouvriers non agricoles	0,375	0,109	112	127
Indépendants agricoles	0,098	0,068	142	194
Patron et cadre	0,007	0,006	226	267
Autres	0,067	0,036	135	177
Pauvreté floue par région		0,092		

w_j désigne la part de la région j par activité.

Tableau 7: seuil et pauvreté floue par activité (1990)
Région Intérieur Rural

Activité	w_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Inactifs	0,077	0,056	93	102
Ouvriers agricoles	0,112	0,121	109	116
Exploitants agricoles	0,071	0,092	127	146
Ouvriers non agricoles	0,638	0,119	101	115
Indépendants agricoles	0,069	0,074	138	178
Patron et cadre	0,006	0,007	218	228
Autres	0,027	0,041	105	122
Pauvreté floue par région		0,106		

w_j désigne la part de la région j par activité.

Tableau 8: seuil et pauvreté floue par activité (1990)
Région Intérieur Urbain

Activité	w_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Inactifs	0,064	0,048	102	114
Ouvriers agricoles	0,109	0,096	113	128
Exploitants agricoles	0,076	0,084	131	150
Ouvriers non agricoles	0,537	0,123	108	121
Indépendants agricoles	0,161	0,068	144	197
Patron et cadre	0,011	0,005	232	245
Autres	0,042	0,052	117	133
Pauvreté floue par région		0,097		

w_j désigne la part de la région j par activité.

Tableau 9: seuil et pauvreté floue par niveau (1990)
Région Intérieur Urbain

Niveau	w_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Analphabète	0,514	0,119	116	138
Primaire	0,308	0,071	139	152
Secondaire 1 ^{er} cycle	0,107	0,048	155	176
Secondaire 2 ^{ème} cycle	0,062	0,034	205	225
Universitaire	0,009	0,008	226	255
Pauvreté floue par région		0,091		

w_j désigne la part de la région j par niveau.

Tableau 10: seuil et pauvreté floue par niveau (1990)
Région Intérieur Rural

Niveau	w'_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Analphabète	0,604	0,124	97	122
Primaire	0,250	0,085	127	163
Secondaire 1 ^{er} cycle	0,085	0,045	137	159
Secondaire 2 ^{ème} cycle	0,054	0,017	199	217
Universitaire	0,007	0,011	218	244
Pauvreté floue par région		0.101		

w'_j désigne la part de la région j par niveau.

Tableau 11: seuil et pauvreté floue par niveau (1990)
Région Littoral Rural

Niveau	w'_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Analphabète	0,562	0,120	102	132
Primaire	0,269	0,069	128	147
Secondaire 1 ^{er} cycle	0,097	0,036	149	163
Secondaire 2 ^{ème} cycle	0,061	0,022	202	221
Universitaire	0,011	0,006	217	247
Pauvreté floue par région		0.090		

w'_j désigne la part de la région j par niveau.

Tableau 12: seuil et pauvreté floue par niveau (1990)
Région Littoral Urbain

Niveau	w'_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Analphabète	0,407	0,108	132	151
Primaire	0,299	0,049	159	179
Secondaire 1 ^{er} cycle	0,112	0,047	185	197
Secondaire 2 ^{ème} cycle	0,163	0,025	275	305
Universitaire	0,019	0,006	325	374
Pauvreté floue par région		0.068		

w'_j désigne la part de la région j par niveau.

**Tableau 13: seuil et pauvreté floue par niveau (1990)
Région Grand Tunis**

Niveau	w_j	$\bar{\mu}$	$z_j(4)$	$\bar{z}_j(\theta)$
Analphabète	0,464	0,115	128	148
Primaire	0,344	0,056	146	167
Secondaire 1 ^{er} cycle	0,100	0,041	175	186
Secondaire 2 ^{ème} cycle	0,071	0,018	269	295
Universitaire	0,021	0,005	317	368
Pauvreté floue par région		0,078		

w_j désigne la part de la région j par niveau.